

## Podstawy Robotyki - ćwiczenia, Zajęcia nr 4

### Temat: Reprezentacja macierzy typu ós-ką i przekształcenie jednorodne

Jeżeli macierz obrotu powstała wskutek obrotu kartezjańskiego prawoskrętnego układu współrzędnych wokół wektora  $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  o kąt  $\theta$ , to wektor ten i kąt obrotu można wyznaczyć z macierzy obrotu korzystając z następujących związków:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\text{Tr}(R) - 1}{2}\right) = \arccos\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right)$$
$$v = \frac{1}{2\sin\theta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix}$$

**Zadanie 1:** Dana jest macierz obrotu  $R = [\dots \dots \dots; \dots \dots \dots; \dots \dots \dots]$ , podać wektor i kąt wokół którego został obrócony kartezjański prawoskrętny układ współrzędnych

### Przekształcenie jednorodne

$${}^0r_A = {}^0p_{0,1} + {}^0R_1 {}^1r_A$$

$$\begin{bmatrix} {}^0r_A \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0R_1 & {}^0p_{0,1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1r_A \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Macierz jednorodna ma postać:

$$H = \begin{bmatrix} R & p \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

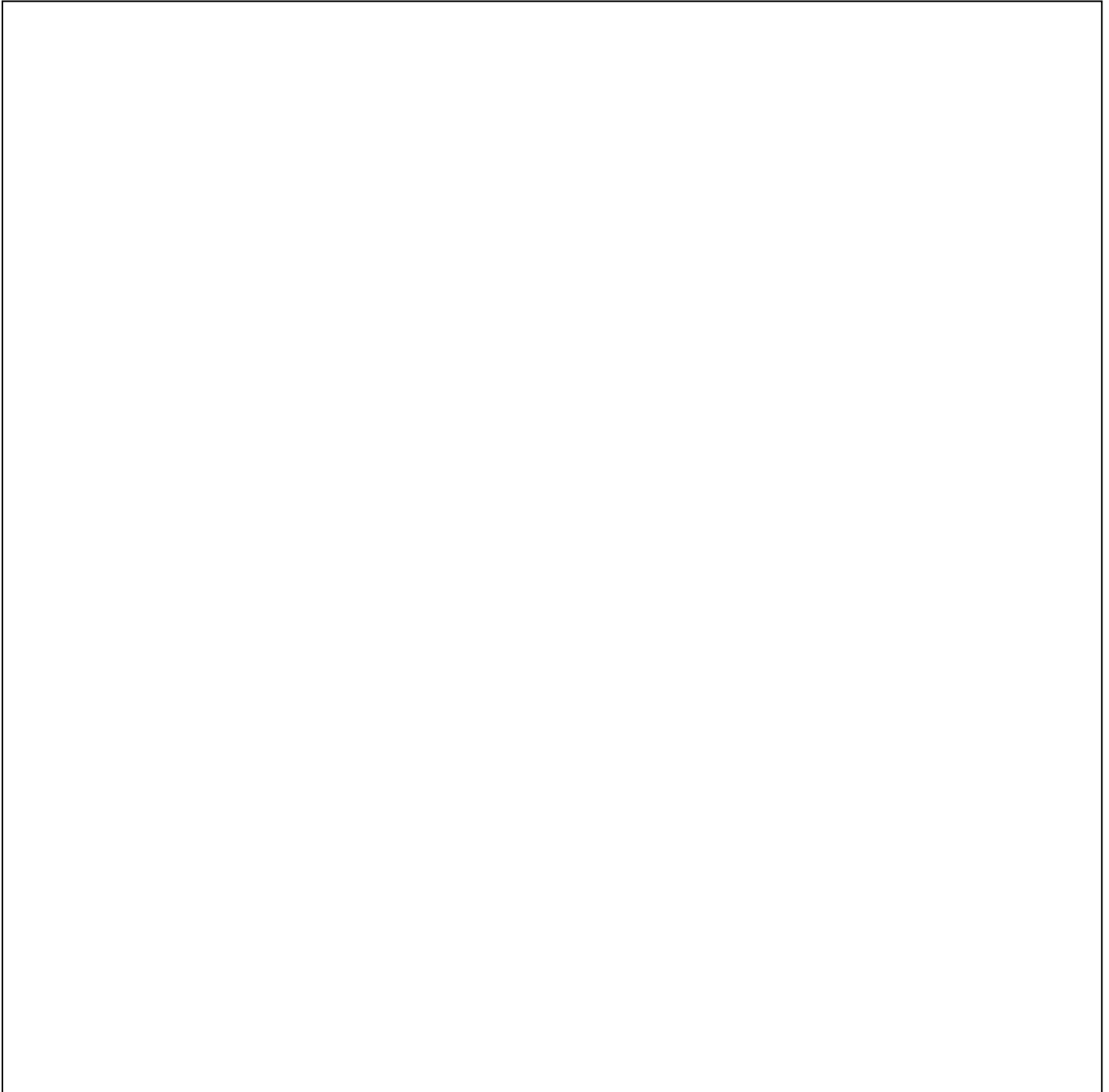
Odwrotność macierzy jednorodnej:

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T p \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

**Zadanie 1:** Sprawdzić czy podane macierze mogą być macierzami jednorodnymi wiążącymi dwa układy współrzędnych w notacji Denavita-Hartenberga

**Zadanie 2:** Wyznaczyć odwrotność następujących macierzy jednorodnych wiążących dwa układy w notacji D-H.

**Zadanie 2:** Kartezjański układ współrzędnych został obrócony wokół wektora  $v_1 = [\dots \dots \dots]^T$  o kąt  $\dots$  i jednocześnie przesunięty o wektor  $[\dots \dots \dots]^T$ . Następnie tak przekształcony układ współrzędnych został przesunięty o wektor  $[\dots \dots \dots]^T$  i obrócony wokół wektora  $v_2 = [\dots \dots \dots]^T$  o kąt  $\dots$ . Wyznaczyć macierz jednorodną opisanych przekształceń.



**Praca domowa (podana na zajęciach):**