

Podstawy Robotyki - ćwiczenia, Zajęcia nr 2

Temat: Właściwości wektorów i operacje na wektorach

1. Iloczyn skalarny dwóch wektorów (\underline{u} i \underline{v}) określa się następująco: $\underline{u} \circ \underline{v} = \sum_{i=1}^n u_i v_i$
2. Długość wektora u jest równa jest normie euklidesowej (dla wektora $\underline{u} \in R^3$:

$$\|\underline{u}\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

3. Iloczynem wektorowym dwóch wektorów zdefiniowanych w R^3 nazywamy:

$$\underline{u} \times \underline{v} = \begin{bmatrix} u_y & v_y \\ u_z & v_z \\ u_x & v_x \\ u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{bmatrix}$$

4. Prawdziwe są związki: $\underline{u} \circ \underline{v} = \|\underline{u}\| \cdot \|\underline{v}\| \cos\theta$, $\|\underline{u} \times \underline{v}\| = \|\underline{u}\| \cdot \|\underline{v}\| \cdot |\sin\theta|$

Zadanie 1: Udowodnić twierdzenie cosinusów, wykorzystując właściwości wektorów.

Zadanie 2: Obliczyć długości wektorów, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy i kąt pomiędzy wektorami:

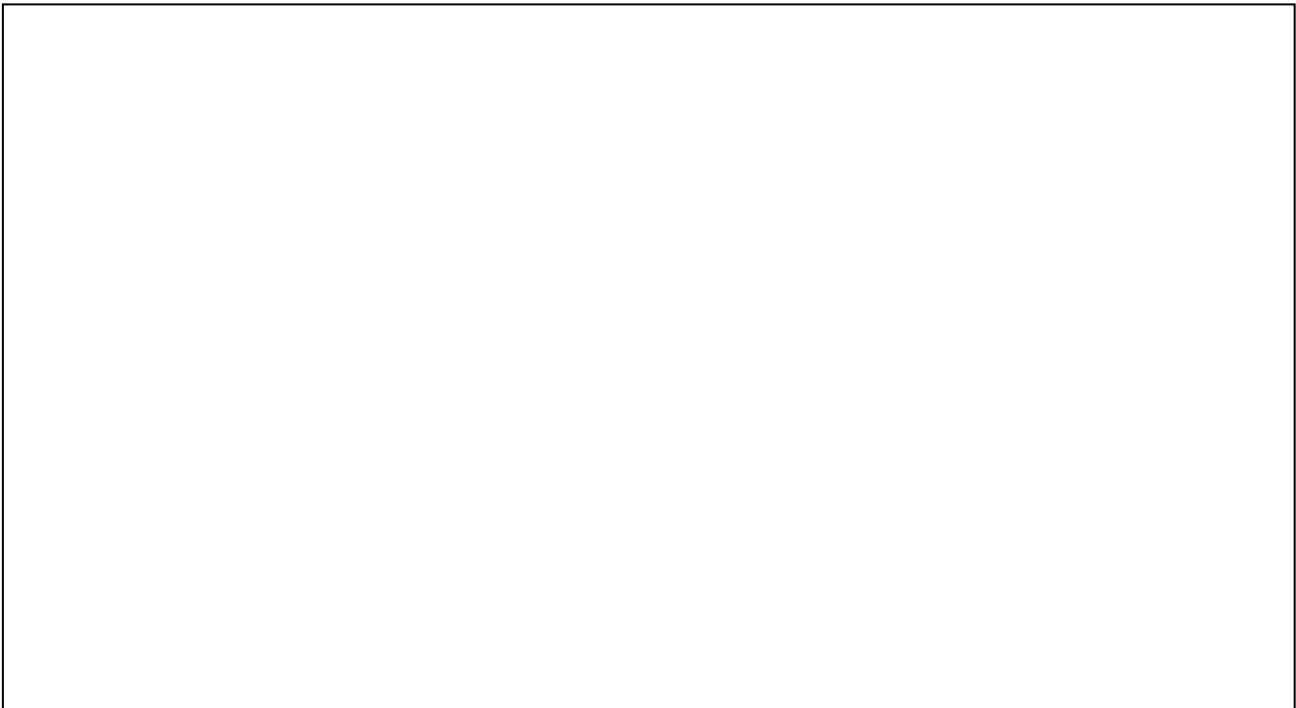
$$\underline{u} =$$

$$\underline{v} =$$

Jaki jest kąt pomiędzy wektorami, gdy iloczyn skalarny równy jest zeru?



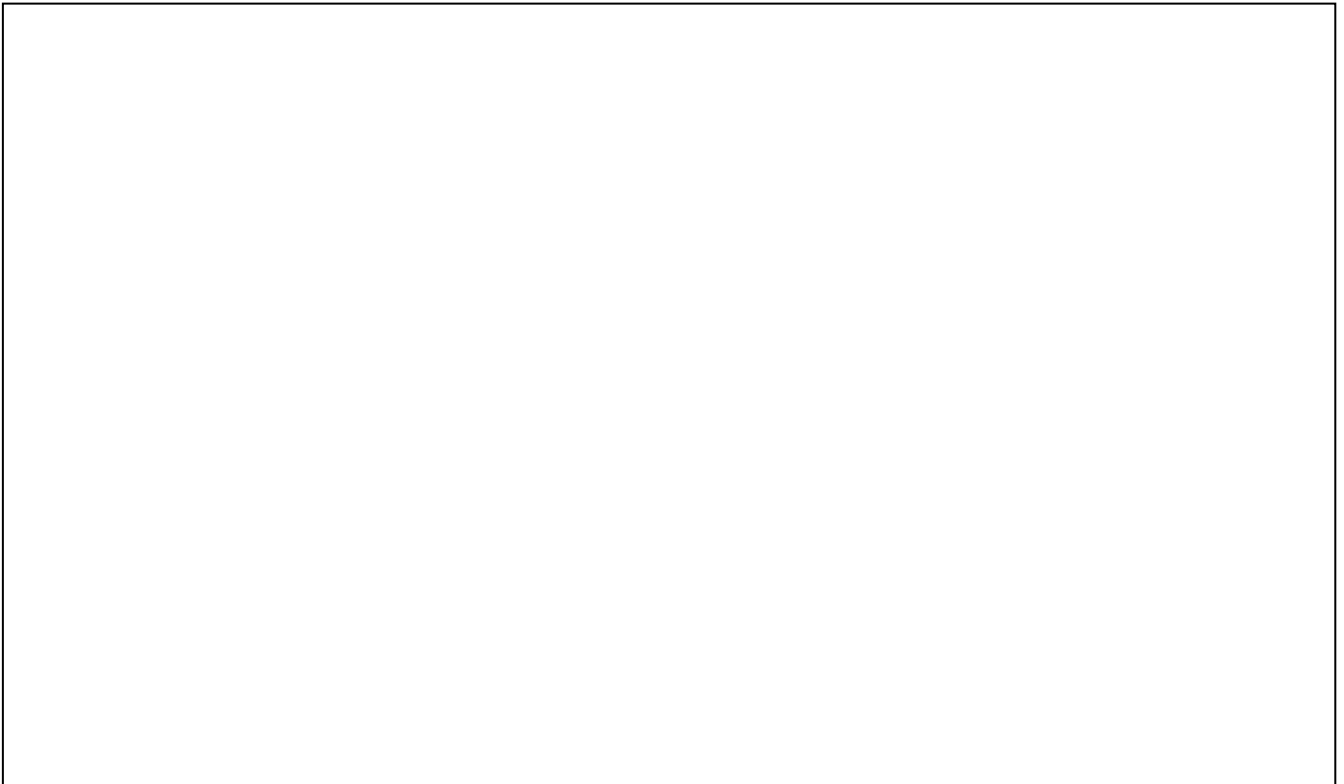
Zadanie 3: Dany jest wektor $\underline{u} = [\dots \dots \dots]^T$. Dla jakich wartości wektora \underline{v} , iloczyn wektorowy tych dwóch wektorów wynosi $[\dots \dots \dots]^T$?



Zadanie 4: Dany jest wektor $\mathbf{u}=[\dots \dots \dots]^T$. Znaleźć ogólną postać wektora \mathbf{v} prostopadłego do niego oraz przeprowadzić normalizację wektora \mathbf{v}



Zadanie 5: Dla jakich wartości α i β długość wektora $\mathbf{u}=[\dots \dots \dots]^T$ wynosi



Reprezentacja wektora w układzie współrzędnych R^3 - wstęp do macierzy obrotu



Praca domowa:

Zadanie 1:

Dane są wektory $u = [\sin\alpha \sin\beta \ 1]^T$ oraz $v = [\cos\beta \ \cos\alpha - \sin(\alpha + \beta)]^T$. Obliczyć: iloczyn skalarny, kąt pomiędzy wektorami dla różnych wartości współczynników α i β , iloczyn wektorowy. Dla jakich wartości współczynników α i β długość wektora u wynosi $\sqrt{\sin^2\alpha + 1}$

Zadanie 2:

Czy iloczyn skalarny jest przemienne? (zrobić dowód matematyczny)